

## ANALISI DEI COSTI, RICAVI E PROFITTI DI UN'AZIENDA

In ogni società esistono produttori di beni, commercianti che li vendono e clienti che li comprano.

Esiste perciò un mercato, in cui avvengono scambi di beni.

Definiamo bene una qualsiasi merce immessa sul mercato, per esempio un prodotto alimentare, un capo di abbigliamento, un'auto, una casa...

### FUNZIONE DEI COSTI

La produzione di un bene ha dei costi dovuti alle materie prime utilizzate, alla mano d'opera, alla gestione dei magazzini, ai macchinari, alle consulenze con i commercialisti, i periti tecnici, gli ingegneri, alle forniture di gas, energia elettrica e così via.

L'obiettivo di un'impresa è quello di raggiungere la massima produzione minimizzando i costi.

Per affrontare il problema, noi consideriamo un modello matematico semplificato in cui i costi sono in funzione di una sola variabile: la quantità di merce prodotta.

Abbiamo tre tipi di costi: i costi fissi, i costi variabili e il costo totale.

I costi fissi  $C_F$  sono quelli che NON dipendono dalla quantità di merce prodotta (ad esempio i costi per l'affitto dei locali, le assicurazioni, la spesa per l'acquisto dei macchinari...).

I costi variabili  $C_v$  sono quelli che dipendono dalla quantità di merce prodotta (ad esempio, i costi di trasporto, le materie prime....).

Questi ultimi sono nulli quando non c'è produzione.

Indichiamo con  $C(q)$  la funzione del costo totale in funzione della quantità di merce prodotta, che è definita ovviamente solo per  $q$  positive o nulle ( $q \geq 0$ ).

Un'azienda ha anche dei limiti di produzione massimi  $M$ , quindi possiamo definire la quantità come un valore compreso fra 0 ed  $M$ .

Il costo totale si ottiene come somma di tutti i costi fissi e variabili:

$$C(q) = C_v + C_f$$

Si può a questo punto definire il Costo medio (o unitario) di un bene: esso si ottiene come rapporto fra il Costo totale  $C$  e la quantità di merce venduta  $q$ .

$$C_M = \frac{C}{q}$$

Ad un produttore desideroso di modificare la propria produzione, aumentandola o diminuendola, interessa sapere quanto la variazione incida sui costi.

Per avere questa informazione può utilizzare il Costo marginale che rappresenta il costo che si deve sostenere per aumentare di una unità la produzione.

$$C_{mar} = C(q + 1) - C(q)$$

Dove  $C(q+1)$  è il valore della funzione in " $q+1$ " e  $C(q)$  è il valore della funzione in  $q$ .

CONSIDERAZIONI:

Se  $C_{mar} < 0$  allora il costo diminuisce all'aumentare della quantità prodotta: la funzione in questo caso è decrescente; al contrario se  $C_{mar} > 0$  allora il costo aumenta all'aumentare della quantità prodotta: la funzione dei costi è crescente.

## RICAVI

Esaminiamo ora il ricavo che un'azienda ha dalla vendita dei suoi prodotti.

Il ricavo totale è il prodotto della quantità venduta  $q$  per il prezzo unitario di vendita.

Distinguiamo due casi ipotizzando un mercato in regime di concorrenza perfetta (dove cioè ci sono tante aziende che vendono beni dello stesso tipo e il prezzo è quello di mercato) oppure un mercato monopolistico (dove ci sono poche aziende e il prezzo può essere variato dalle stesse).

Nel primo tipo di mercato, il prezzo di vendita si ottiene come punto d'incontro tra la domanda e l'offerta, quindi rimane costante.

Il ricavo quindi, dipende solo dalla quantità venduta:

$$R = p \cdot q$$

Dove  $R$  è il ricavo,  $p$  è il prezzo unitario e  $q$  è la quantità venduta.

In un mercato monopolistico, in genere, una diminuzione del prezzo provoca un aumento della domanda (per esempio durante i saldi ci sarà un maggior numero di persone che vorranno acquistare), mentre un aumento del prezzo provoca una diminuzione della domanda.

Il produttore monopolista non può perciò considerare costante il prezzo di vendita di un bene, ma deve adattarlo in base alla quantità di merce che intende vendere.

Il prezzo di vendita sarà una funzione  $p(q)$  in quanto dipende dalla quantità prodotta e il ricavo sarà:

$$R = p(q) \cdot q$$

Anche qui può essere interessante calcolare il Ricavo medio e il ricavo marginale.

$$R_M = \frac{R}{q} = \frac{p \cdot q}{q} = p \quad \text{Ovvero il ricavo medio coincide con il prezzo unitario.}$$

$$R_{mar} = R(q + 1) - R(q)$$

### LA FUNZIONE DEL PROFITTO

Si definisce funzione profitto  $U(q)$  la funzione rappresentata come differenza tra la funzione dei ricavi e la funzione dei costi.

Nel caso in cui il profitto sia maggiore di 0, parleremo di utile; nel caso in cui il profitto sia uguale a 0 avremo un pareggio; nel caso in cui il profitto sia minore di 0 avremo una perdita.

### Esempio:

Supponiamo che un'impresa per fabbricare bottiglie di vino sostenga costi fissi mensili di 2000 Euro e costi variabili pari a 1,20 euro per ogni bottiglia prodotta. Supponiamo poi che la sua capacità produttiva sia di 2500 bottiglie di vino alla settimana e che riesca a vendere sul mercato l'intera produzione al prezzo unitario di 6 euro.

Quanto guadagno avrà l'impresa?

$$C_T = 1,20q + 2000$$

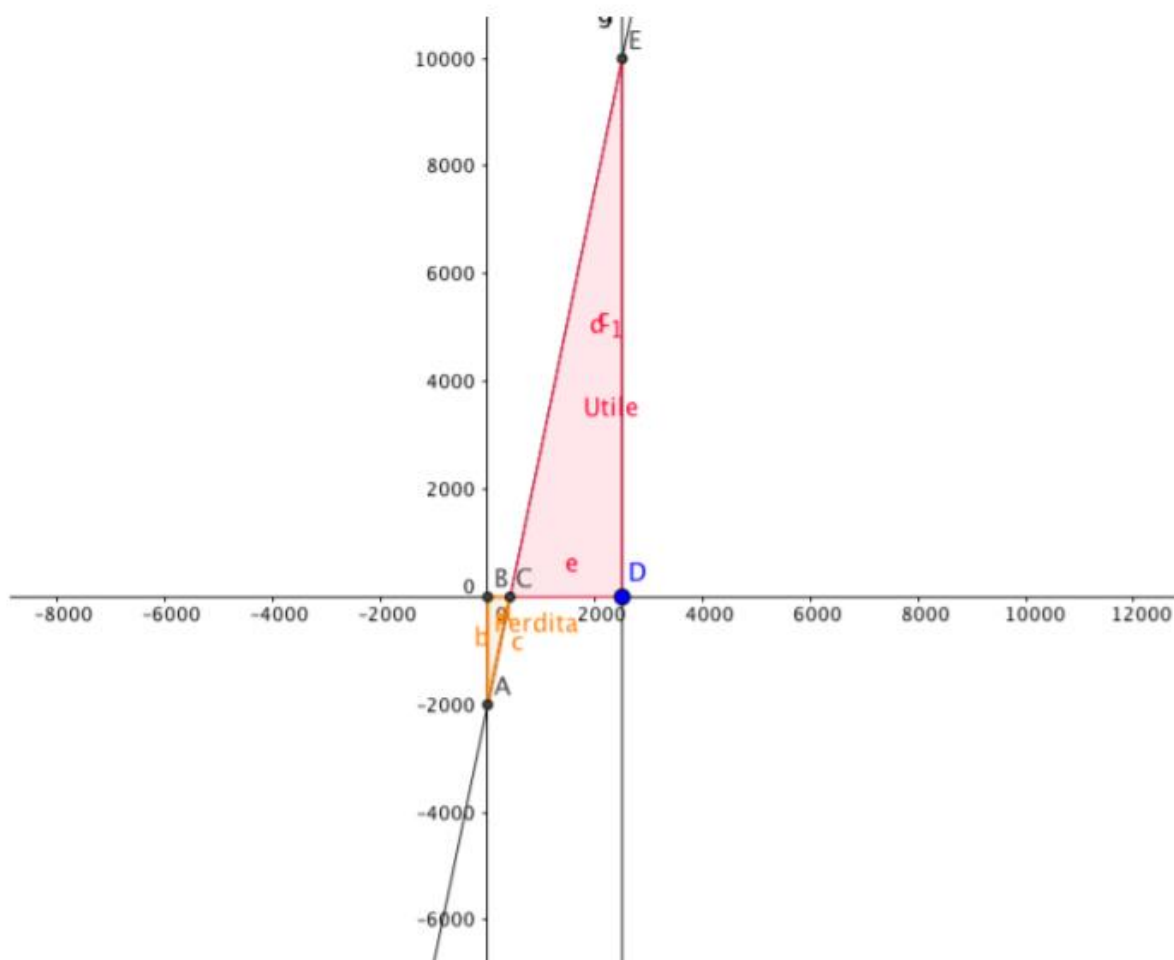
$$R(q) = 6q$$

$$U(q) = R(q) - C(q) = 6q - (1,20q + 2000) = 6q - 1,20q - 2000 = 4,80q - 2000$$

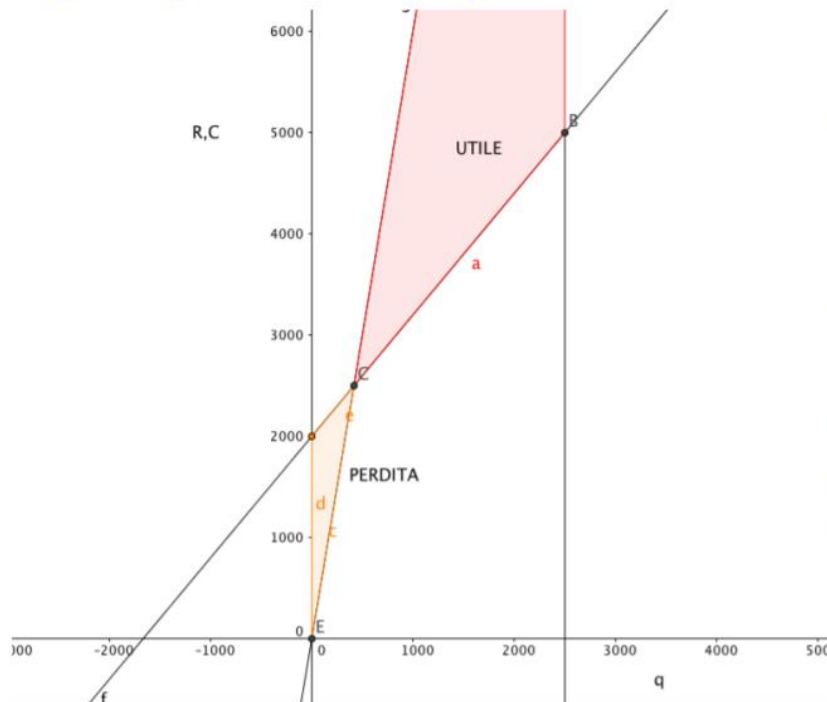
Rappresentiamo sul piano cartesiano la retta dell'utile e analizziamola.

La retta interseca l'asse x nel punto  $q=416$ . Per quantità vendute fra 0 e 416 il profitto è negativo, quindi l'impresa sarà in perdita.

Per quantità vendute fra 416 e 2500 il profitto è positivo, per cui l'impresa avrà un utile. In corrispondenza di  $q=2500$  (produzione massima consentita dai vincoli tecnici) si avrà il massimo utile.



E' possibile analizzare la stessa situazione e pervenire ai medesimi risultati anche mediante un diagramma che confronti la retta dei costi e quella dei ricavi. Un simile diagramma prende il nome di **diagramma di redditività**.



Quando i costi superano i ricavi si ha una zona di perdita, quando invece i ricavi superano i costi si ha una zona di utile. Il punto di incontro tra costi e ricavi, ossia il punto in cui l'impresa passa da una zona di perdita ad una di utile, viene detto **break - even point** o punto di equilibrio tra costi e ricavi.

## RICERCA DEL MASSIMO PROFITTO

Nel caso dell'esempio precedente in cui costi, ricavi e profitti sono tutti rappresentati da rette, il massimo profitto si avrà necessariamente in corrispondenza della massima produzione consentita.

In alcuni casi, però, i costi o il ricavo possono essere rappresentati da modelli parabolici, pertanto il massimo profitto si determinerà con i metodi dell'analisi matematica.

**Esempio:** Supponiamo che un'azienda sostenga costi di produzione espressi dalla seguente relazione  $C(q) = q^2 - 106q + 3190$ , dove  $q$  è la quantità prodotta e venduta. Se il prezzo di vendita sul mercato è  $p = 20$ , in corrispondenza di quale quantità prodotta si avrà il massimo utile?

Costo totale:  $C(q) = q^2 - 106q + 3190$

Ricavo totale:  $R(q) = 20q$

Utile:  $U(q) = R(q) - C(q) = 20q - q^2 + 106q - 3190 = -q^2 + 126q - 3190$

Troviamo innanzitutto i valori di  $q$  per cui i costi uguagliano i ricavi, ossia i punti di equilibrio (break - even point)

$C(q) = R(q)$       $q^2 - 106q + 3190 = 20q$      quindi    $q^2 - 126q + 3190 = 0$  che ha soluzione per  $q = 35$  e  $q = 91$ .

Break - even point:  $q = 35$  e  $q = 91$  quando  $C(q) = R(q)$

Se  $C(q) > R(q)$  allora  $q^2 - 106q + 3190 > 20q$  ossia  $q^2 - 126q + 3190 > 0$

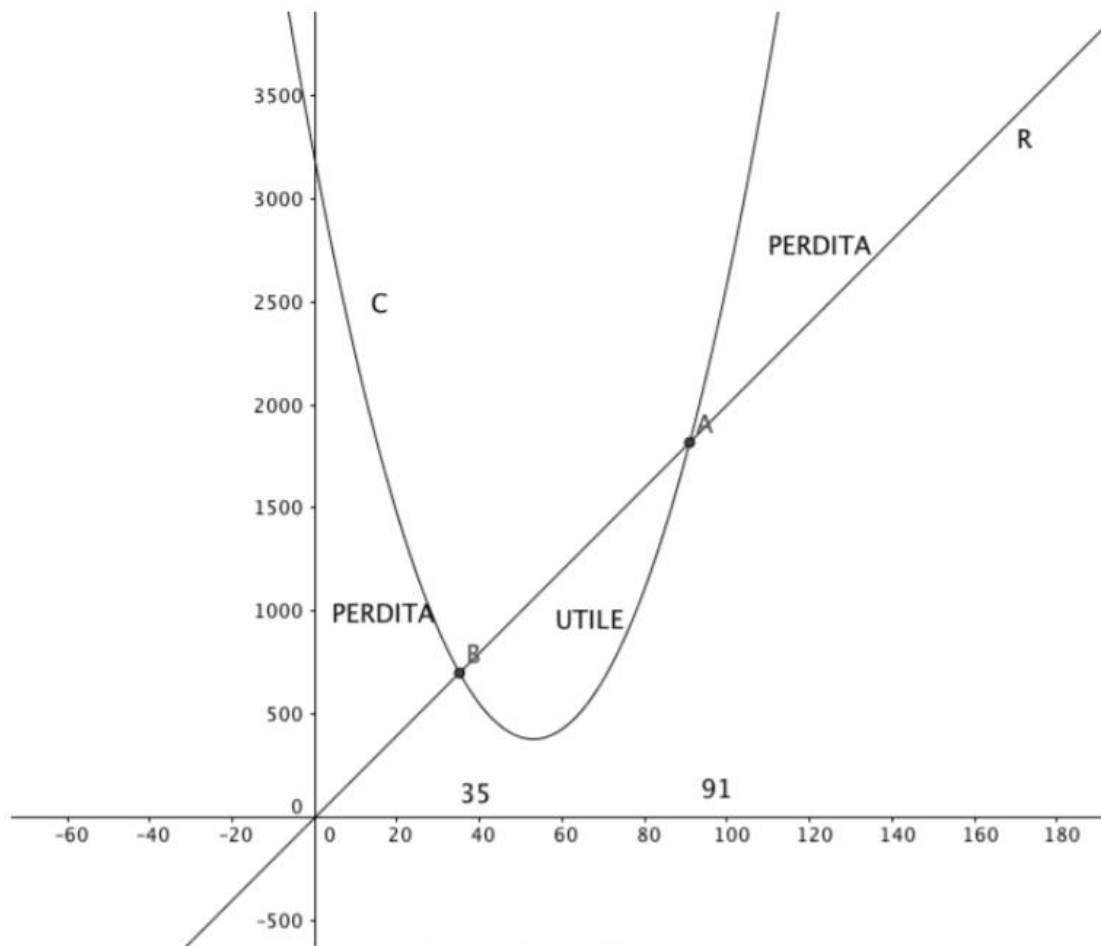
Tale disequazione è verificata per  $q < 35$  v  $q > 91$ , pertanto in corrispondenza di questi valori si avrà un perdita, mentre per valori interni si avrà un utile.

Ricapitolando:

$C(q) = R(q)$  con  $q = 35$  e  $q = 91$      ➡ break - even point

$C(q) > R(q)$  con  $q < 35$  v  $q > 91$      ➡ zona di perdita

$C(q) < R(q)$  con  $35 < q < 91$      ➡ zona di utile



Il massimo profitto si cerca determinando la derivata della funzione dell'utile:

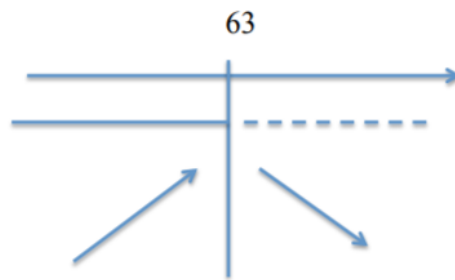
$$U' = -2q + 126$$

Ponendo la derivata uguale a zero si determinano i punti stazionari:  $U' = 0$

$$-2q + 126 = 0 \quad \text{quindi } q = 63$$

Si studia infine la positività:

$$U' > 0 \quad -2q + 126 > 0 \quad \text{per } q < 63$$



Per  $q = 63$  si ha il massimo utile. Il valore del massimo utile è:  $U(q) = -q^2 + 126q - 3190 = -(63)^2 + 126(63) - 3190 = 779$